体可知，三棱锥 $S-ABC$ 外接球的直径等于 SA，$SA=4\sqrt{2}$，$SC=4$，$AB^2+BC^2=16$，$16=AB^2+BC^2\geqslant 2AB\cdot BC$，故 $AB\cdot BC\leqslant 8$，又根据等面积法，所以 AC 边上的高的最大值为 2，所以侧视图的面积的最大值为 $S=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$.

点评：本题主要考查三棱锥的外接球问题，考查空间想象能力.

例 8. 如图 11，平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=CD=1$，$BD=\sqrt{2}$，$BD\perp CD$ 将其沿对角线 BD 折成四面体 $A'-BCD$，使平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD，若四面体 $A'-BCD$ 顶点在同一个球面上，求该球的体积.

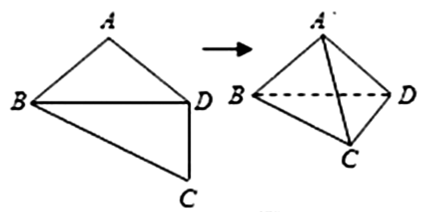

图 11

解析：平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD=CD=1$，$BD=\sqrt{2}$，$BD\perp CD$ 将其沿对角线 BD 折成四面体 $A'-BCD$，使平面 $A'BD\perp$ 平面 BCD，若四面体 $A'-BCD$ 顶点在同一个球面上,可知 $A'B\perp A'C$，所以 BC 是外接球的直径，所以 $BC=\sqrt{3}$，球的半径为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$；所以球的体积为：$\frac{4}{2}\pi\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^3=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$.故选 A.

点评：本题考查折叠问题，三棱锥的外接球的体积的求法，考查计算能力，正确求出球的外接球的半径是解题的关键.

例 9. 如图 12，$ABC-A_1B_1C_1$ 是棱长为 a 的正三棱柱，$S-A_1B_1C_1$ 是高为 a 的正三棱锥，若点 A，B，C，D 在表面积为 16π 的同一球面上，求 a 的值.

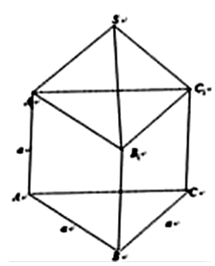

图 12

解析：如图 13 所示，设球的半径为 r，则 $4\pi r^2=16\pi$，解得 $r=2$，过 A_1 作 A_1D_1 垂直于 B_1C_1，垂足为 D_1，过 A 作 AD 垂直于 BC，垂足为 D，过 S 作底面 ABC 的垂线 SO_2，垂足为 O_2，依题意可得 O_2 在直线 AD 上，同理可证 O_1 在直线 A_1D_1 上，$SO_1=a$，$SO_2=2a$ 且 $AD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$AO_2=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，设 O 是球心，连接 OA,依题意可得 $|OA|=2$，$|OO_2|=2a-r=2a-2$,在直角三角形 OO_2A 中,则有$(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2+(2a-2)^2=2^2$,得到$\frac{13}{3}a^2-8a=0$,解得 $a=\frac{24}{13}$.

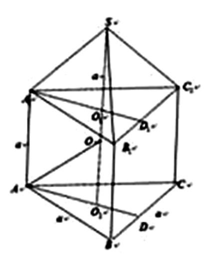

图 13

点评：本题主要考查几何体的外接球问题，求解球与棱柱、棱锥的接、切问题时，一般过球心及接、切点作截面，把空间问题转化为平面图形与圆的接、切问题，再利用平面几何知识寻找几何元素间的关系求解,近十年来 2016 新课标全国卷 I，2010 新课标全国卷等考查几何体的外接球的表面积问题.

例 10. 如图 14，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线及粗虚线画出的是某多面体的三视图，求该多面体外接球的表面积.

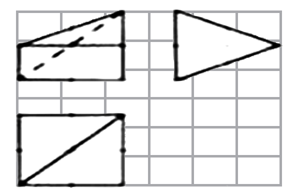

图 14

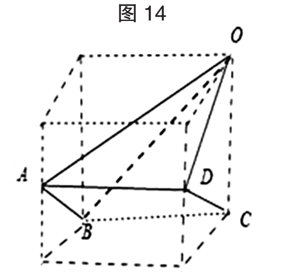

图 15

解析：如图 15 所示，根据三视图得出该几何体是镶嵌在正方体中的四棱锥 $O-ABCD$，正方体的棱长为 2，A，D 为棱的中点根据几何体可以判断：球心应该在过 A，D 的平行于底面的中截面上，设球心到截面 BCO 的距离为 x，则到 AD 的距离为：$2-x$，故 $R^2=x^2+(\sqrt{2})^2$，$R^2=1^2+(2-x)^2$ 解得出：$x=\frac{3}{4}$，$R=\frac{\sqrt{41}}{4}$，该多面体外接球的表面积为：$4\pi R^2=\frac{41}{4}\pi$.

点评：根据三视图得出空间几何体是镶嵌在正方体中的四棱锥 $O-ABCD$，正方体的棱长为 2，A，D 为棱的中点，利用球的几何性质求解即可.

总结：与球有关的组合体的体积或表面积问题的解答主要突破口在于找到外接球的球心. 设几何体底面外接圆半径为,常见的图形有正三角形,直角三角形,矩形,它们的外心可用其几何性质求；而其它不规则图形的外心,可利用正弦定理来求.若长方体长宽高分别为则其体对角线长为 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$；长方体的外接球球心是其体对角线中点.找几何体外接球球心的一般方法:过几何体各个面的外心分别做这个面的垂线,交点即为球心. 三棱锥三条侧棱两两垂直,且棱长分别为 a，b，c，则其外接半径公式为:$4R^2=a^2+b^2+c^2$.

热点三、空间点、直线、平面之间的位置关系问题

本知识点的命题要点：(1) 三种语言的转化；(2) 空间直线与直线的位置关系；(3) 空间直线与平面的位置关系；空间平面与平面的位置关系.

从近几年的高考试题看，对本节内容的考查主要体现在以下两个方面：

1. 一般不单独命题，通常以多面体为载体考查线面关系的判定，考查考生的空间想象能力和转化化归能力；2.各种题